Systèmes centrés dans les conditions de Gauss
Miroirs sphériques - Lentilles minces

I. GENERALITES

1. Système centré

Un système optique centré possède un axe de symétrie, l'axe optique du système.
Cette symétrie impose que :

- les dioptres ou miroirs plans soient perpendiculaires à cet axe.
- les centres des dioptres et miroirs sphériques soient situés sur cet axe.

Conséquence : Un rayon arrivant sur l'axe optique émerge du système optique en conservant la même direction (et le même sens dans le cas d'un dioptre ou de sens opposé - déviation de π (ou 180°) – dans le cas d'un miroir). **L'axe optique représente le trajet d'un rayon lumineux.**

2. Système centré utilisé dans les conditions de Gauss

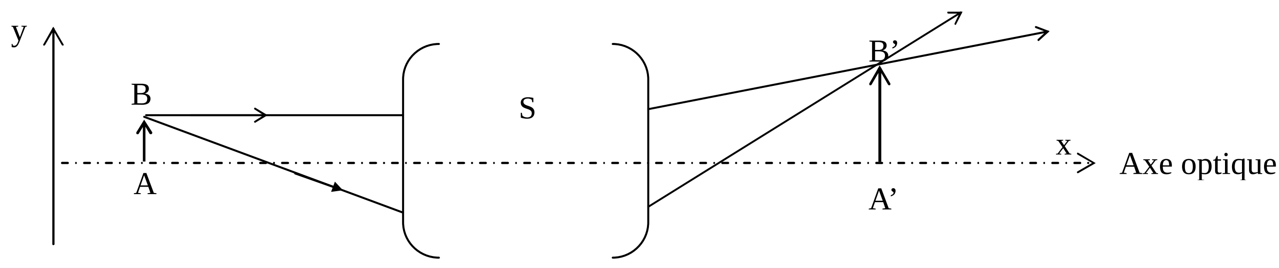
Utilisés dans les **conditions de Gauss** (rayons paraxiaux c'est-à-dire peu inclinés et peu écartés de l'axe optique), les **dioptres et miroirs sphériques** sont :

❖ **Approximativement stigmatiques** $\Rightarrow$ un point objet A a une image A': $\mathbf{A} \xrightarrow{(S)} \mathbf{A'}$

Conséquences : - **2 rayons** suffisent pour identifier l'image d'un point.
- **Si A appartient à l'axe optique, son image appartient à l'axe optique.**
- Les **positions de l'objet et de l'image** sont reliées par des **relations de conjugaison**.

❖ **Approximativement aplanétiques** : Un objet AB perpendiculaire à l'axe optique a pour image A'B' perpendiculaire à l'axe.

Conséquence : **Si A appartient à l'axe optique, pour construire l'image A'B', il suffit de construire l'image B' de B, A' est obtenu par projection orthogonale de B' sur l'axe optique.**



Les **dimensions de l'objet et de l'image** sont reliées par la **relation de grandissement** $\boxed{\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}}$

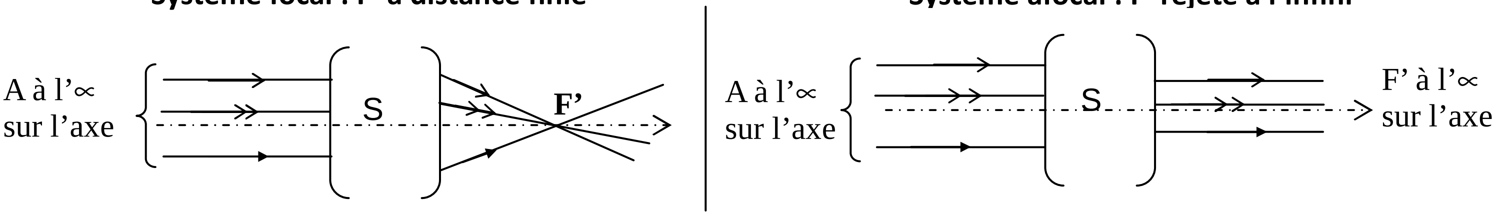
(algébrique : orientation de l'axe perpendiculaire à l'axe optique).

γ	<-1	-1	0	$+1$	$>+1$
Image	renversée plus grande que l'objet	renversée plus petite que l'objet		droite plus petite que l'objet	droite plus grande que l'objet

3. Foyer objet - Foyer image - plans focaux

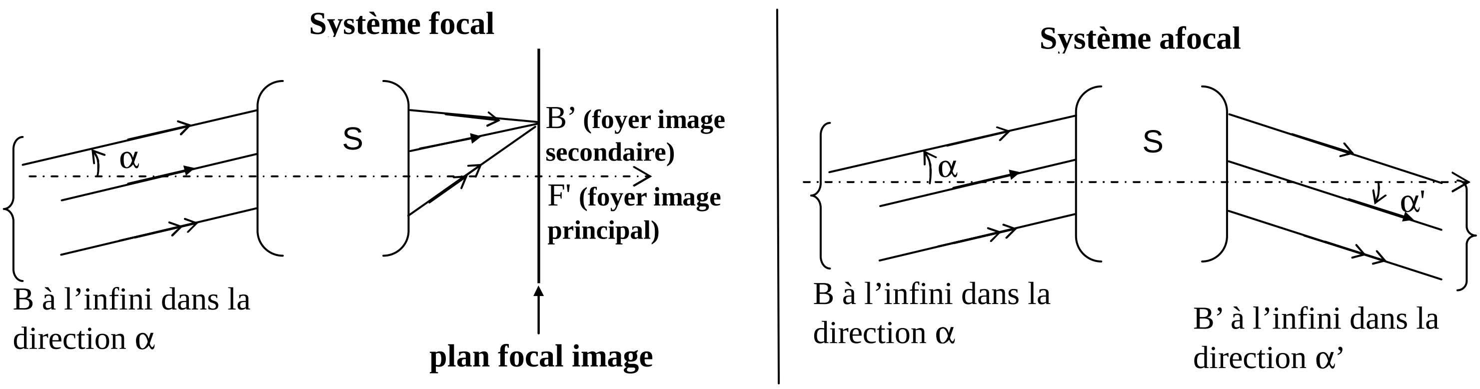
- **Foyer image : F' - foyer image de (S) - = image par (S) d'un point à l'infini sur l'axe optique :** $\boxed{\text{A à } \infty \text{ sur l'axe optique } \xrightarrow{S} F'}$

Système focal : F' à distance finie **Système afocal : F' rejeté à l'infini**



- **Plan focal image** :

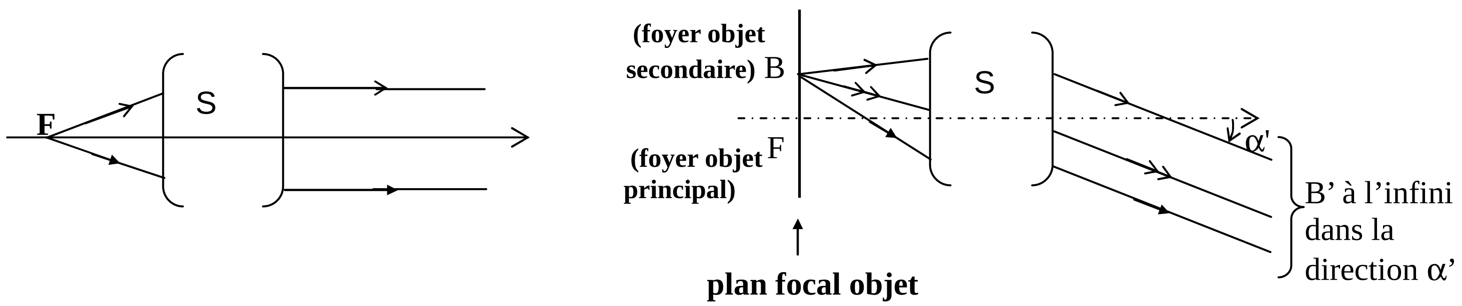
Le système étant aplanétique, l'image d'un objet à l'infini dans une direction différente de l'axe optique est située dans **le plan perpendiculaire à l'axe optique et passant par F' : le plan focal image**.



- **Foyer objet : F - foyer objet de (S) - = point de l'axe optique dont l'image par (S) est à l'infini sur l'axe :** $\boxed{F \xrightarrow{S} A' \text{ à } \infty \text{ sur l'axe optique}}$

- **Plan focal objet : plan perpendiculaire à l'axe optique et passant par F foyer objet.**

Le système étant aplanétique, tout point objet autre que F, situé dans le plan focal objet aura son image à l'infini mais dans une direction différente de l'axe optique.



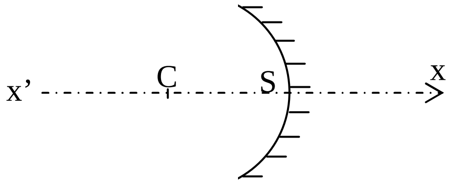
Remarque : **pour un système afocal, foyer objet et image sont rejetés à l'infini.** Le miroir plan et le dioptre plan sont des systèmes afocaux contrairement aux miroirs sphériques et aux lentilles minces, systèmes centrés focaux que nous allons étudiés dans la suite.

II. MIROIR SPHERIQUE

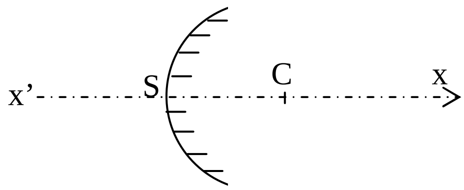
1. Définition

Un miroir sphérique correspond à une portion de surface sphérique réfléchissante de centre C et de rayon R.
Tout axe x'x passant par C est **axe optique**. Il coupe la surface du miroir en son **sommet S**.
On définit alors la concavité ou la convexité du miroir sphérique selon le signe du rayon algébrique : $\boxed{\mathbf{R} = \overline{SC}}$ (on oriente positivement l'axe optique x'x dans le sens de la lumière incidente).

Miroir concave : R < 0



Miroir convexe : R > 0



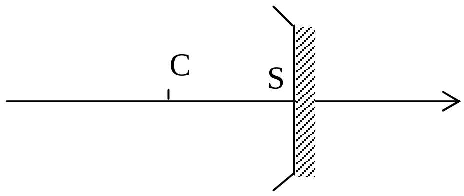
Remarque : le miroir plan n'est qu'un cas particulier d'un miroir sphérique pour lequel le rayon de courbure est infini.

2. Stigmatisme

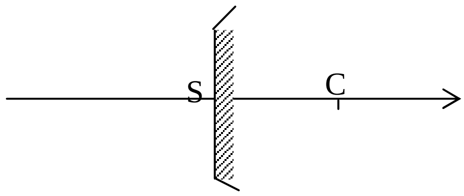
- Tout rayon incident passant par C arrive selon la normale au miroir sphérique et repasse par C après réflexion : $\boldsymbol{C} \xrightarrow{\textit{miroir sphérique}} \boldsymbol{C}$ (**stigmatisme rigoureux**)
- Tout rayon incident passant par S est réfléchi symétriquement par rapport à l'axe optique et semble provenir de S : $\boldsymbol{S} \xrightarrow{\textit{miroir sphérique}} \boldsymbol{S}$ (**stigmatisme rigoureux**)
- **Tout autre point A de l'axe optique (distinct de C et S)** admet dans le cas général une image A' fonction de l'angle d'incidence **: il y a perte du stigmatisme rigoureux**.

On peut montrer que **dans les conditions de Gauss, le miroir sphérique présente un stigmatisme approché (voir exercice).**
Dans ces conditions (rayons peu inclinés et peu écartés de l'axe optique) un miroir sphérique sera quasiment confondu avec son plan tangent en S et schématisé par les symboles ci-dessous.

Miroir concave : R < 0



Miroir convexe : R > 0



<u>3. Caractère focal du miroir sphérique</u>

Nous travaillerons désormais toujours dans les conditions de Gauss.

- **<u>Foyer image</u> : A à ∞ sur l'axe optique** $\xrightarrow{S} \boldsymbol{F'}$

La formule de conjugaison obtenue précédemment $\frac{1}{\overline{SA}}+\frac{1}{\overline{SA'}}=\frac{2}{\overline{SC}}$ devient pour un objet situé à l'infini sur l'axe optique (A à ∞ soit $\frac{1}{\overline{SA}} \to 0$) $\frac{1}{\overline{SF'}}=\frac{2}{\overline{SC}}$: $\boxed{\textbf{F' est donc le milieu du segment CS}}$.

- **Foyer objet :** $\boldsymbol{F \xrightarrow{S} A'}$ **à ∞ sur l'axe optique**

Par principe de retour inverse de la lumière, tout rayon issu de F' a une image à l'infini sur l'axe optique. Le foyer objet F est donc confondu avec le foyer image F' : **F=F'.**

Remarque : les plans focaux image et objet sont confondus et perpendiculaires à l'axe optique passant par F.

- **Distances focales et vergence**

Les **distances focales objet** $\boxed{f = \overline{SF}}$ et **image** $\boxed{f' = \overline{SF'}}$ vérifient : $f = f' = \frac{R}{2}$.

On définit la **vergence** du miroir sphérique par : $\boldsymbol{V = \frac{1}{f'}} = \frac{1}{\overline{SF'}} = \frac{2}{\overline{SC}} = \frac{2}{R}$ (unité m^{-1} ou dioptrie δ). Les miroirs **concaves sont convergents** (V<0, F=F' réel) tandis que les miroirs **convexes sont divergents** (V>0, F=F' virtuel).

4. Constructions graphiques

Voici quelques règles de construction permettant de déterminer les positions des images et des rayons incidents et réfléchis dans les conditions de Gauss.

(1) Un rayon passant (ou son prolongement) par le centre C se réfléchit sur lui-même.

(2) Un rayon incident parallèle à l'axe optique se réfléchit en passant (ou son prolongement) par le foyer image F'.

(3) Un rayon incident (ou son prolongement) passant par le foyer objet F se réfléchit parallèlement à l'axe optique.

(4) Un rayon passant par le somment S se réfléchit symétriquement par rapport à l'axe optique.

(5) Deux rayons incidents parallèles donnent des rayons réfléchis qui, eux ou leurs prolongements, se croisent dans le plan focal image.

(6) Deux rayons incidents qui, eux ou leurs prolongements, se croisent dans le plan focal objet donnent des rayons réfléchis parallèles entre eux.

- Pour construire l'image d'un objet AB perpendiculaire à l'axe optique (A étant sur l'axe optique), il suffit de trouver **l'image B' de B** en traçant **deux rayons lumineux parmi les rayons (1) (2) et (3)** puis de projeter B' sur l'axe optique pour trouver A'.

- Les objets et images **virtuels** sont représentés en **pointillés** ainsi que les prolongements des rayons.

- Pour construire un rayon réfléchi (respectivement incident) correspondant à un rayon incident (respectivement réfléchi), on utilise les rayons (5) et (6).

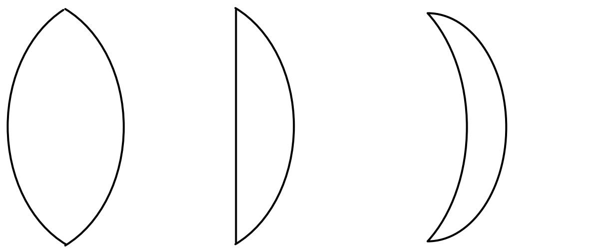
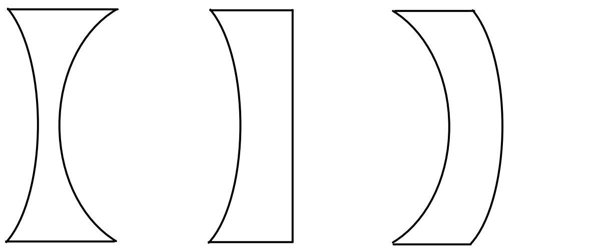
- Le rayon (4) passant par le sommet est à éviter pour faire une construction précise (il est difficile de trouver deux angles égaux sans rapporteur). On utilise ce rayon que pour trouver l'expression du grandissement avec origine au sommet comme nous le verrons au prochain paragraphe.

III. LENTILLES MINCES SPHERIQUES

1. Définition

Une lentille sphérique est un milieu transparent, homogène et isotrope limité par deux dioptres sphériques (dont l'un peut-être plan).
Il existe deux types de lentilles :

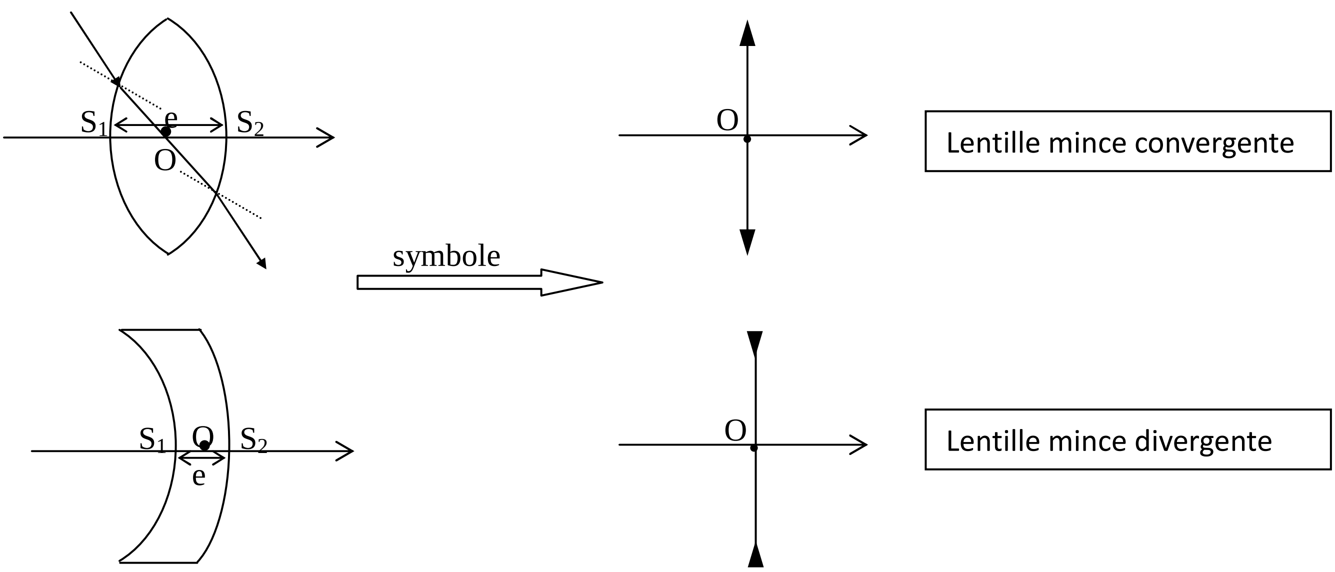
- les lentilles **convergentes** à *bords minces*
- les lentilles **divergentes** à *bords épais*

Lentilles à bords minces			**Lentilles à bords épais**		
					
biconvexe	plan convexe	ménisque convergent	biconcave	plan concave	ménisque divergent

Comme pour les miroirs ou les dioptres sphériques, les lentilles sphériques possèdent un axe de symétrie appelé **axe optique**. Il s'agit de la droite passant par les deux centres des dioptres sphériques (ou perpendiculaire au dioptre plan et passant par le centre du dioptre sphérique).

On définit le **centre optique** (noté O) comme le point de l'axe optique par lequel passe le rayon réfracté dont le rayon incident est parallèle au rayon émergent.

Une **lentille sphérique mince** est une lentille sphérique dont l'épaisseur $e = |S_1S_2|$ vérifie :
$e << |R_1|$; $e << |R_2|$ et $e << |R_1 - R_2|$ où R_1 et R_2 désignent les rayons (algébriques) des 2 dioptres.
On considère alors les deux sommets confondus en un seul point, le centre optique de la lentille. Une lentille mince est donc symbolisée par un plan contenant le centre optique.



2. Propriétés des lentilles minces dans l’approximation de Gauss

a) Stigmatisme et aplanétisme

Comme pour le dioptre plan et le miroir sphérique, les conditions de Gauss assurent le stigmatisme approché de la lentille ainsi que la propriété d'aplanétisme approché.

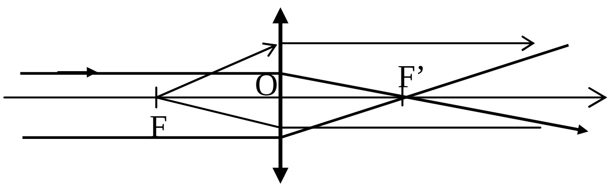
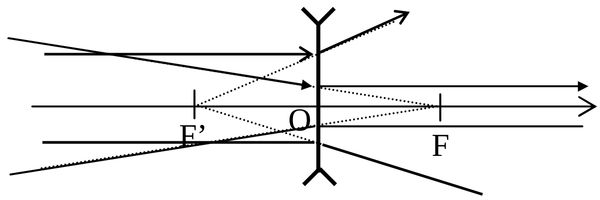
b) Le centre optique

Tout rayon passant par le centre optique traverse la lentille sans être dévié. Le centre optique est son propre conjugué.

c) Foyers - Plans focaux - Distances focales

- Foyer (principal) **objet** = point **F** de l'axe optique dont l'image par L est à l'infini sur l'axe : $\boxed{F \xrightarrow{L} A'_{\infty \text{sur l'axe}}}$
- Foyer (principal) **image** = point **F'** de l'axe optique image d'un point objet à l'infini sur l'axe : $\boxed{A_{\infty \text{sur l'axe}} \xrightarrow{L} F'}$

L'expérience et l’application des lois de Snell-Descartes, utilisées dans le cadre de l’étude, montrent que quelle que soit la nature de la lentille les foyers sont symétriques l'un de l'autre par rapport au centre optique.

Lentille mince **convergente** : F et F' sont **réels**	Lentille mince **divergente** : F et F' sont **virtuels**
	

- **Distance focale** et **vergence** d'une lentille mince:

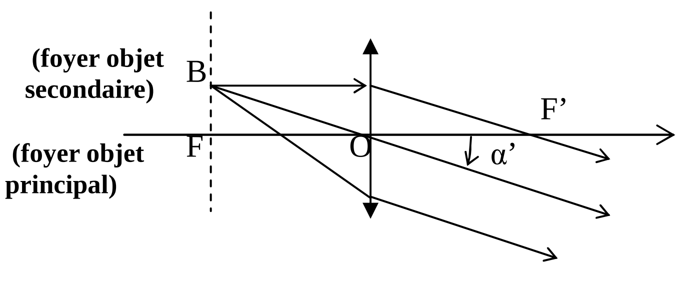
Distance focale objet $\overline{OF} = f$ Distance focale image $\overline{OF'} = f'$ et $\boxed{f = -f'}$ (algébriques)

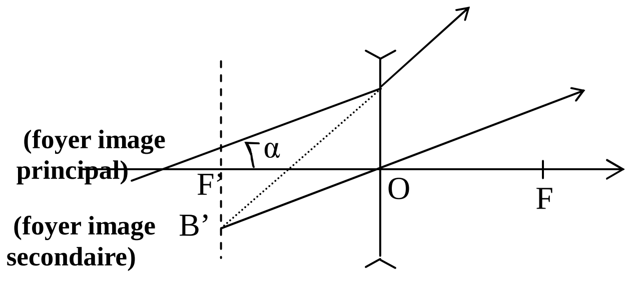
Vergence : $V = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f}$ (V en dioptrie ou m^{-1})

Lentille convergente : $f' > 0$; $f < 0$ et $V > 0$ Lentille divergente : $f' < 0$; $f > 0$ et $V < 0$

- **Plans focaux** : plans perpendiculaires à l’axe optique

passant par F : plan focal **objet** passant par F' : plan focal **image**





Remarque : Si l'on inverse le sens de propagation de la lumière : F devient F' et F' devient F; le plan focal objet devient plan focal image et le plan focal image devient plan focal objet.

3. Constructions géométriques

Les règles de construction permettant de déterminer les positions des images et des rayons incidents et réfractés dans les conditions de Gauss sont similaires à celles des miroirs sphériques.

(1) **Un rayon passant par le centre optique O n'est pas dévié.**

(2) **Un rayon incident parallèle à l'axe optique émerge (ou son prolongement) par le foyer image F'.**

(3) **Un rayon incident (ou son prolongement) passant par le foyer objet F émerge parallèlement à l'axe optique.**

(4) Deux rayons incidents parallèles donnent des rayons émergents qui, eux ou leurs prolongements, se croisent dans le plan focal image.

(5) Deux rayons incidents qui, eux ou leurs prolongements, se croisent dans le plan focal objet donnent des rayons émergents parallèles entre eux.

- Pour construire l'image d'un objet AB perpendiculaire à l'axe optique (A étant sur l'axe optique), il suffit de trouver **l'image B' de B** en traçant **deux rayons lumineux parmi les rayons (1) (2) et (3)** (<u>stigmatisme approché</u>) puis de projeter B' sur l'axe optique pour trouver A' (<u>aplanétisme approché</u>).

- Les objets et images **virtuels** sont représentés en **pointillés** ainsi que les prolongements des rayons.

- Pour construire un rayon transmis (respectivement incident) correspondant à un rayon incident (respectivement transmis), on utilise les rayons (4) et (5).

4. Relations de conjugaison et grandissement pour les lentilles minces

Remarque : On va établir les relations de conjugaison des lentilles minces permettant de déterminer les positions des objets et des images ainsi que les grandissements. Ces relations sont établies dans le cas particulier d'une lentille mince convergente avec un objet placé avant le foyer objet F mais sont valables quelle que soit la position de l'objet ainsi que pour une lentille mince divergente car elles sont algébriques.